

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ЧАСТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ГУМАНИТАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. М. А. ШАВХАЛОВА»

**Программа вступительного экзамена
«Математика»**

Для поступающих на обучение по образовательным программам высшего
образования - программам бакалавриата и специалитета

СУНЖА
2025 г.

Программа вступительных испытаний по теоретическим основам начального курса математики с методикой преподавания составлена в соответствии с ФГОС среднего профессионального образования и содержит экзаменационные материалы по теоретическому и практическому курсу математики и методики её преподавания организаций среднего профессионального образования, в которых математика является профильной дисциплиной.

Банк экзаменационных заданий по теоретическим основам начального курса математики с методикой преподавания состоит из вопросов разного уровня сложности.

Экзаменационные задания включают материал по курсу математики, изучаемому в организациях среднего профессионального образования. При проведении вступительного испытания в форме компьютерного тестирования к каждому заданию предложены четыре варианта ответа, из которых только один верный. Отдельные задания могут требовать выполнение развернутого ответа в свободной форме на поставленный один вопрос.

При проведении вступительного испытания в письменной или в устной формах формируются экзаменационные билеты, содержащие не менее трех вопросов.

Все задания отвечают содержанию программы среднего профессионального образования по теоретическим основам начального курса математики с методикой преподавания.

Форма проведения вступительного испытания, система и критерии оценивания его результата определяется в соответствии с положением о вступительных испытаниях, утвержденным приказом ректора.

Программа вступительного испытания содержит следующие разделы.

Раздел 1. Основные понятия и факты

В данном разделе программы перечислены основные понятия и факты, которыми должен владеть абитуриент.

Алгебра

1. Целые и рациональные числа, действия над ними.
2. Действительные числа, их представление в виде десятичных дробей. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа и его геометрический смысл.

3. Комплексные числа. Действия с комплексными числами.

4. Степени с рациональными показателями, их свойства. Степени с действительными показателями. Свойства степени с действительным показателем. Сравнение степеней. Преобразования выражений, содержащих степени.

5. Корни натуральной степени из числа и их свойства. Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами. Решение иррациональных уравнений.

6. Логарифмы. Основное логарифмическое тождество. Основные свойства логарифмов. Преобразование логарифмических выражений.

7. Радианная мера угла. Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.

8. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Формулы сложения. Формулы удвоения. Формулы половинного угла.

9. Преобразования простейших тригонометрических выражений. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.

10. Тригонометрические уравнения.

11. Тригонометрические неравенства.

Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии

1. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Линейные операции над векторами.

2. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Разложение вектора по направлениям.

3. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между векторами.

4. Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Выражение координат середины отрезка через координаты его концов.

5. Окружность. Уравнение окружности.

6. Прямая на плоскости. Различные уравнения прямой.

7. Взаимное расположение двух прямых на плоскости, расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми.

8. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

9. Параллельность прямой и плоскости.

10. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.

11. Угол между прямой и плоскостью. Прямая, перпендикулярная к плоскости.

12. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность плоскостей.

13. Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости.

14. Параллельное проектирование. Площадь ортогональной проекции. Изображение пространственных фигур.

15. Многогранники. Вершины, ребра, грани, диагонали многогранника. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Параллелепипеды и их виды.

16. Пирамида. Правильная пирамида.

17. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, радиус, диаметр сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

18. Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.

Введение в математический анализ

1. Числовые последовательности. Способы задания и свойства числовых последовательностей. Суммирование последовательностей.
2. Арифметическая прогрессия. Формулы n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии.
3. Геометрическая прогрессия. Формулы n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.
4. Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Суммирование последовательностей.
5. Понятие функции. Способы задания функции. График и основные свойства функции.
6. Определения, основные свойства и графики основных элементарных функций: линейной, квадратичной, степенной (в частности, обратной пропорциональности), показательной, логарифмической, тригонометрических, обратных тригонометрических.
7. Предел функции в точке. Вычисление пределов.

Элементы дифференциального исчисления

1. Понятие производной функции. Физический и геометрический смысл производной.
2. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций.
3. Уравнение касательной.
4. Признак возрастания (убывания) функции. Критические точки и экстремумы функции.
5. Применение производной к исследованию функций и решению задач на нахождение наименьших и наибольших значений функции.
6. Производные обратной функции и композиции функций.
7. Вторая производная, ее геометрический и физический смысл. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой и графиком.

Элементы интегрального исчисления

1. Первообразная и ее свойства. Вычисление первообразной.
2. Неопределенный интеграл и его свойства. Непосредственное интегрирование.
3. Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница.
4. Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции.
5. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

Элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики

1. Основные понятия комбинаторики. Правила комбинаторики. Задачи на подсчет числа размещений, перестановок, сочетаний. Решение задач на перебор вариантов.
2. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.
3. Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей. Понятие о независимости событий.
4. Классическое определение вероятности, свойства вероятностей, теорема о сумме вероятностей. Вычисление вероятностей.
5. Дискретная случайная величина, закон ее распределения.
6. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
7. Понятие о законе больших чисел.
8. Понятие о задачах математической статистики. Представление данных (таблицы, диаграммы, графики), генеральная совокупность, выборка, среднее арифметическое, медиана.
9. Решение практических задач с применением вероятностных методов.

Методика преподавания математики

1. Методы обучения математике.
2. Средства обучения математике.
3. Формы организации обучения. Урок как основная форма организации обучения математике, типы уроков. Современный урок математики.
4. Методика формирования математических понятий.
5. Понятие теоремы. Методы доказательства теорем. Методика обучения доказательству теорем.
6. Понятие задачи, классификации задач, функции задач в обучении. Методика обучения решению задач.
7. Контроль и оценка результатов обучения по математике. Проведение итоговой аттестации по математике в основной школе.
8. Методика организации внеурочной деятельности по математике в основной школе.
9. Дидактические принципы в обучении математике.
10. Использование современных педагогических технологий в обучении математике.
11. Основные содержательно-методические линии курса математики (5 – 9 классы).

Раздел 2. Теоремы и формулы

В этом разделе программы указаны теоремы, основные свойства математических понятий, а также формулы, которые нужно знать, уметь выводиться и применять при решении задач.

Алгебра

1. Формулы приведения.
2. Зависимость между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
3. Тригонометрические функции двойного аргумента.
4. Основное логарифмическое тождество.
5. Логарифм произведения, частного, степени.
6. Нахождение синуса, косинуса, тангенса углов в 30° , 45° , 60° .
7. Свойства степени с действительным показателем.
8. Решение уравнений вида $\sin x = a$.
9. Решение уравнений вида $\cos x = a$.
10. Решение уравнений вида $\operatorname{tg} x = a$.
11. Решение уравнений вида $\operatorname{ctg} x = a$.
12. Свойства логарифмов.
13. Основное логарифмическое тождество.

Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии

1. Формула вычисления скалярного произведения векторов.
2. Формула вычисления угла между векторами.
3. Формула нахождения расстояния между двумя точками на плоскости и в пространстве.
4. Формула нахождения координат середины отрезка через координаты его концов на плоскости и в пространстве.
5. Уравнение окружности.
6. Признак параллельности прямой и плоскости.
7. Признак параллельности двух плоскостей.
8. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
9. Признак перпендикулярности двух плоскостей.
10. Теорема о трех перпендикулярах.
11. Теорема о плоскости, перпендикулярной одной из двух параллельных прямых.
12. Теорема о двух прямых, перпендикулярных одной плоскости.
13. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух параллельных плоскостей.
14. Теорема о двух плоскостях, перпендикулярных одной прямой.
15. Уравнение сферы.
16. Определение многогранника.

Введение в математический анализ

1. Определение числовой последовательности.
2. Определение, свойства и график линейной функции.
3. Определение, свойства и график квадратичной функции.
4. Определение, свойства и график степенной функции.
5. Определение, свойства и график функции $y = \sin x$.
6. Определение, свойства и график функции $y = \cos x$.
7. Определение, свойства и график функции $y = \operatorname{tg} x$.

8. Определение, свойства и график функции $y = \operatorname{ctg} x$.
9. Определение предела функции в точке.
8. Формулы n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии.
10. Формулы n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.

Элементы дифференциального исчисления

1. Определение производной функции.
2. Правила дифференцирования.
3. Уравнение касательной.
4. Признак возрастания (убывания) функции.

Элементы интегрального исчисления

1. Определение первообразной.
2. Свойства первообразной.
3. Определение неопределенного интеграла.
4. Свойства неопределенного интеграла.
5. Свойства определенного интеграла.
6. Формула Ньютона – Лейбница.

Элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики

1. Правила комбинаторики.
2. Формула на вычисление числа размещений,
3. Формула на вычисление числа перестановок
4. Формула на вычисление числа сочетаний.
5. Формула бинома Ньютона.
6. Свойства биномиальных коэффициентов.
7. Определение события.
8. Классическое определение вероятности.
9. Статистическое определение вероятности.
10. Свойства вероятностей.
11. Теорема о сумме вероятностей.
12. Теорема умножения вероятностей.
13. Дискретная случайная величина, закон ее распределения.
14. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
15. Определение генеральной совокупности.
16. Определение среднего арифметического.
17. Определение медианы.

Раздел 3. Основные умения и навыки

Абитуриент должен уметь:

1. Выполнять тождественные преобразования алгебраических, тригонометрических, показательных и логарифмических выражений.
2. Строить графики функций, указанных в первом и втором разделах программы.
3. Решать неравенства методом интервалов.
4. Решать показательные и логарифмические уравнения и неравенства.
5. Решать тригонометрические уравнения и неравенства.
6. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.
7. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и геометрии – при решении геометрических задач.
8. Применять таблицу производных и правила дифференцирования.
9. Вычислять производную сложной функции.
10. Использовать производную для исследования функций.
11. Составлять уравнение касательной к графику функции.
12. Вычислять неопределенные интегралы с помощью таблицы интегралов и свойств интегралов.
13. Вычислять площадь криволинейной трапеции с помощью определенного интеграла.

**Образец экзаменационного билета при проведении вступительного
испытания по математике в письменной или устной формах**

Билет №

1. Решите уравнение $\sqrt{1 - \frac{1}{5} \cos x} = \sin x$
2. Решите неравенство $\log_2(3x+1) \cdot \log_{0,5}(6x+2) < -6$
3. К графику функции $y = \sqrt{x+2}$ проведена касательная, образующая с осями координат треугольник наименьшей площади. Найдите координаты точки касания.
4. Найдите значение производной функции $f(x) = \sin(3x^2 - 12)$ в точке $x_0 = 2$.
5. Вычислить неопределенный интеграл: $\int \sin 4x \cos 3x dx$.

**Образец тестового экзаменационного задания при проведении
вступительного испытания по элементам высшей математики в форме
компьютерного тестирования**

1. Найти общий вид первообразных для функции $y = 2^x$.

- а) $2^x + C$
- б) $\frac{2^x}{\ln 2} + C$.
- в) $\frac{2^x}{2} + C$.
- г) $2^x \ln 2 + C$

2. Решите неравенство: $\log_2$

$(4x) > 3$. а) $(2; +\infty)$

б) $[2; +\infty)$

в) $(8; +\infty)$

г) $(0,75; +\infty)$

3. Вычислить неопределенный интеграл $\int \cos(5x + 3)dx$.

а) $\frac{1}{5} \sin(5x + 3) + C$

б) $3 \sin(5x + 3) + C$

в) $-\frac{1}{5} \sin(5x + 3) + C$

г) $\sin(5x + 3) + C$

4. Центр сферы, заданной уравнением $(x + 5)^2 + (x - 4)^2 + (z - 2)^2 = 9$,
имеет координаты:

в) $(5; -4; 2)$

г) $(5; -4; -2)$

а) $(-5; -4; -2)$

б) $(-5; 4; 2)$

5. Даны точки $A(-10; 5)$ и $B(6; -7)$. Тогда абсцисса середины отрезка AB
равна:

а) -1

б) 2

в) -2

г) -9

6. Расстояние между точками $A(4; -3; 4)$ и $B(4; 0; 8)$ равно

- а) $\sqrt{5}$
- б) 11
- в) 5
- г) $2\sqrt{2}$

7. Найти угловой коэффициент прямой, которая параллельна данной прямой: $2x - 3y + 4 = 0$:

- а) $\frac{3}{2}$
- б) 2
- в) -3
- г) $\frac{2}{3}$

8. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3x^2 - 4x - 15}$

- а) 0
- б) 3
- в) 2
- г) $\frac{2}{3}$

9. Монета брошена два раза. Какова вероятность того, что хотя-бы один раз выпадет орел ?

- а) 0,25
- б) 0,5
- в) 0,75
- г) 1

10. Найти производную функции $y = 2x^3 + 3\cos x$

- а) $6x^2 - 3\sin x$
- б) $6x^2 + 3 \sin x$
- в) $2x + 3\sin x$
- г) $2x^2 + 3 \sin x$

Ключ к образцу:

1 - «б»; 2 - «а»; 3 - «а»; 4 - «б»; 5 - «в»; 6 - «в»; 7 - «г»; 8 - «г»; 9 - «в»; 10 - «а».

Рекомендуемая литература:

1. Абдуллина К.Р. Математика: учебник для СПО / Абдуллина К.Р., Мухаметдинова Р.Г.. – Саратов : Профобразование, 2021. – 288 с.
2. Баврин И.И., Матросов В.Л. Высшая математика: Учеб. для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2003. – 400 с.
3. Баврин, И. И. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2020. – 616 с.
4. Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – М.: Издательский центр «Академия», 2019. – 256 с.
5. Богомоллов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомоллов, П. И. Самойленко. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2020. – 401 с.
6. Гисин, В. Б. Математика. Практикум : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Б. Гисин, Н. Ш. Кремер. – Москва : Издательство Юрайт, 2020. – 202 с.
7. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевников Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 частях. М: Мир и образование, 2021. – 816 с.
8. Дорофеева, А. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / А. В. Дорофеева. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2020. – 400 с.
9. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный: М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.